

#13

# ΠΡΙΣΜΑ

ΕΝΘΕΤΟ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ,  
ΤΗΝ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΚΑΙ ΤΗΝ ΚΟΙΝΩΝΙΑ

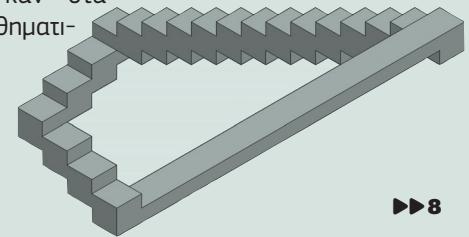
Η ΑΥΓΗ

ΣΑΒΒΑΤΟ 11 ΜΑΡΤΙΟΥ 2017

ΙΣΤΟΡΙΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

## Μαθηματικά και αλήθεια

Οι μαθηματικές αλήθειες δεν προκύπτουν από προφανή αξιώματα, αλλά από υποθέσεις. Πρόκειται για υποθέσεις όμοιες με εκείνες που γίνονται στη Φυσική και κρίνονται από το κατά πόσο εύλογες είναι οι συνέπειές τους. Με άλλα λόγια, η αλήθεια δεν είναι ποτέ προφανής, ούτε καν στα Μαθηματικά.



►►8

# Μαύρες τρύπες και αστρογένεση

ΟΙ ΜΑΥΡΕΣ τρύπες προκαλούν ισχυρούς ανέμους, οι οποίοι μπορούν να επηρεάσουν τον τρόπο με τον οποίο γεννιούνται νέα άστρα σε έναν γαλαξία. Η αστροφυσικός δρ Καλλιόπη Δασύρα (βραβείο L’Oreal-UNESCO 2016) μας περιγράφει τα πιο πρόσφατα σημαντικά αποτελέσματα της έρευνάς της γύρω από την εξέλιξη των γαλαξιών, τον ρόλο των μελανών οπών αλλά και τις δυνατότητες που υπάρχουν στη χώρα μας για την έρευνα στην Αστροφυσική.

►►7

►►2

## Η Ελλάδα στο MWC17

Η ΕΛΛΗΝΙΚΗ αποστολή -μεγαλύτερη από ποτέ- συμμετείχε φέτος για πέμπτη χρονιά στο Mobile World Congress 2017 στη Βαρκελώνη, το σημαντικότερο παγκόσμιο γεγονός της ψηφιακής επικοινωνίας. Στην αποστολή συμμετείχαν πολιτιστικοί παράγοντες και 25 εταιρείες με έμφαση στις start up, για να αναδειχτεί η εθνική προσπάθεια στροφής στην καινοτομία και την εξωστρέφεια μέσα από την αξιοποίηση των νέων τεχνολογιών.

►►4-5



Η ανάγκη ρύθμισης των πρακτικών ελέγχου Ηθικής και Ακεραιότητας της επιστημονικής έρευνας στην Ελλάδα

ΠΑΡΟΥΣΙΑΖΕΤΑΙ Ο ΤΡΟΠΟΣ ελέγχου ευθυγράμμισης της επιστημονικής έρευνας στην Ελλάδα με τις διεθνώς αναγνωρισμένες αρχές Ηθικής και Ακεραιότητας, καθώς και οι πρωτοβουλίες του Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.

►►2-3

## ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ, ΤΕΧΝΕΣ, ΚΟΙΝΩΝΙΑ Κόσμοι μέσα σε κόσμους

Μηχανές και άνθρωποι συνδιαμορφώνουν μια πραγματικότητα που δεν θα μπορούσε να υπάρχει ανεξάρτητα από αυτή τη σχέση. Διαρκώς διευρύνουμε τα όρια του πραγματικού και προσπαθούμε να μάθουμε ή να χάσουμε τους εαυτούς μας σε αυτή την προσπάθεια. Στο τέλος, αυτό που απομένει είναι αυτό που επιλέξαμε να γίνουμε.

►►7



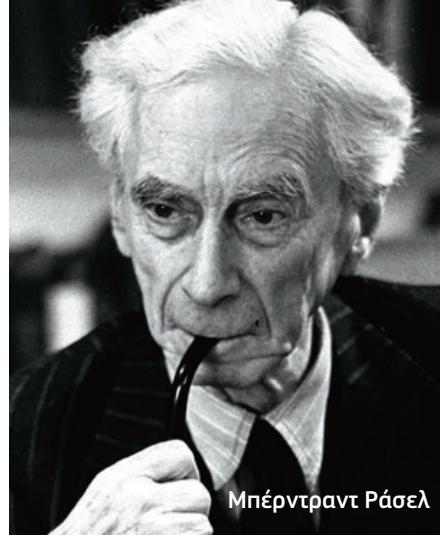




# Μαθηματικά και αλήθεια

Υπάρχει ένα χωριό όπου όλοι οι άνδρες είναι καθημερινά ξυρισμένοι. Επίσης, υπάρχει ένας μόνο κουρέας. Ο κουρέας ξυρίζει μόνο τους άνδρες που δεν ξυρίζονται μόνοι τους. Αν χρησιμοποιήσουμε τη θεωρία των Συνόλων από τα Μαθηματικά, θα δούμε ότι έχουμε δύο σύνολα ανδρών σε αυτό το χωριό. Υπάρχει ένα σύνολο ανδρών που αποτελείται από άνδρες που ξυρίζονται στον κουρέα. Υπάρχει και ένα δεύτερο σύνολο ανδρών που αποτελείται από άνδρες που δεν ξυρίζονται στον κουρέα αλλά μόνοι τους. Το ερώτημα είναι: Ποιος ξυρίζει τον κουρέα; Γίνεται ο κουρέας να ξυρίζεται μόνος του; Όχι, γιατί ο κουρέας ξυρίζει όλους τους άντρες που δεν ξυρίζονται μόνοι τους. Τον ξυρίζει, όμως, κάποιος άλλος; Και πάλι όχι, γιατί ο κουρέας ξυρίζει όλους όσους δεν ξυρίζονται μόνοι τους. Ο κουρέας, επομένως, δεν ανήκει σε κανένα από τα δύο σύνολα. Αυτό είναι ένα παράδοξο που δεν μπορεί να λύσει η συγκεκριμένη μαθηματική θεωρία.

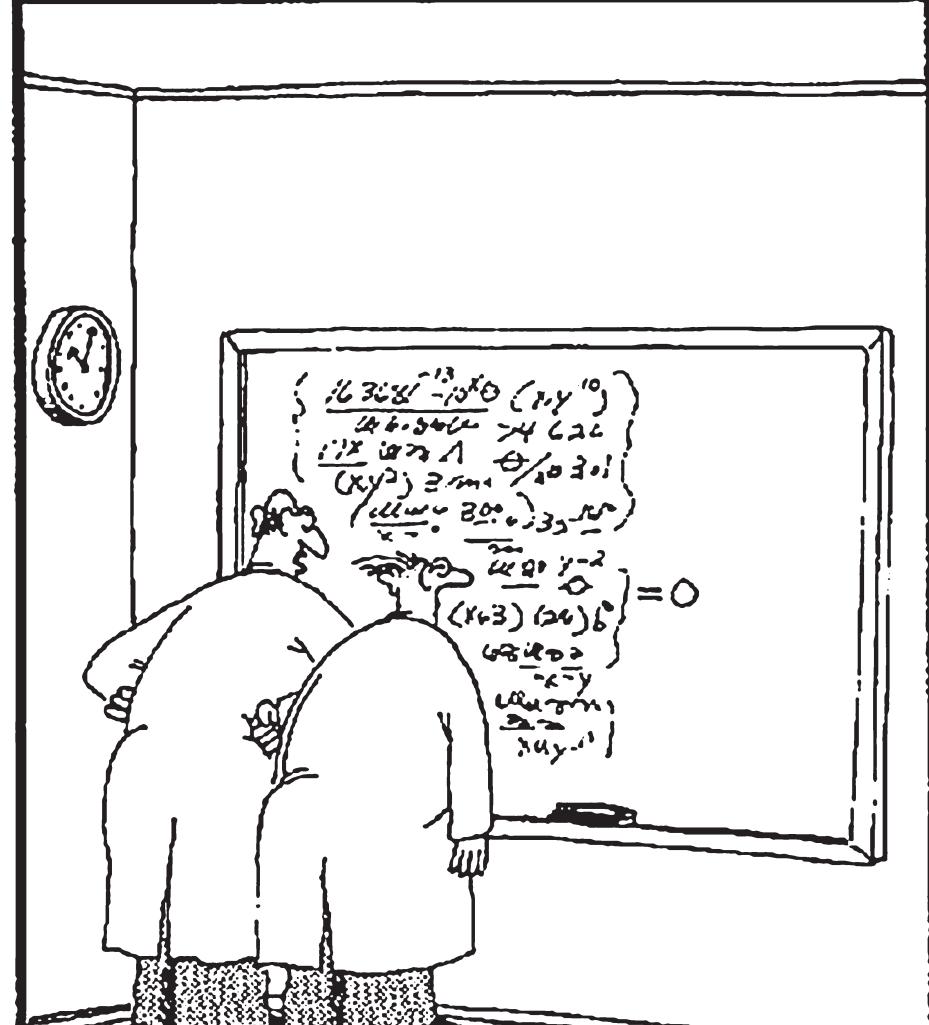
Το 1880 ο Γερμανός μαθηματικός Γκέοργκ Κάντορ με τη θεωρία Συνόλων οδήγησε τα Μαθηματικά στην περίφημη «κρίσιο θεμελίων». Ήταν μια θεωρία που έδειχνε ότι η έννοια του απείρου θα μπορούσε να τιθασευτεί μαθηματικά, αλλά η προσπάθεια αυτή οδηγούσε σε αρκετά παράδοξα. Ένα από αυτά τα παράδοξα προέκυψε στις αρχές του 20ού αιώνα στη θεωρία Συνόλων από τον διάσημο μαθηματικό και φιλόσοφο Μπέρντραντ Ράσελ και είναι το παράδοξο με τον κουρέα που μόλις αναφέραμε. Σύμφωνα με τη θεωρία Συνόλων, μπορεί και πρέπει να υπάρχει ένα σύνολο για οποιαδήποτε συνθήκη που προσδιορίζει τα μέλη ενός συνόλου. Τα σύνολα είναι αντικείμενα που καθορίζονται από τα μέλη τους. Αν καθορίσουμε ποια μέλη έχει ένα σύνολο, τότε έχουμε καθορίσει και το ίδιο το σύνολο. Για να καθορίσουμε, όμως, τα μέλη ενός συνόλου, πρέπει να ορίσουμε μια συνθήκη, να θεωρήσουμε ότι τα μέλη έχουν μια κοινή ιδιότητα. Για παράδειγμα, το σύνολο των οπαδών μιας αθλητικής ομάδας αποτελείται από οπαδούς που υποστηρίζουν την ίδια ομάδα. Σύμφωνα με τον Ράσελ, το λάθος προκύπτει από την πεποίθησή μας ότι μπορούμε να φτιάξουμε ένα σύνολο για οποιαδήποτε ιδιότητα μπορούμε να σκεφτούμε. Αυτή η πεποίθηση ή, πιο ορθά, υπόθεση δεν συνάγεται από κάπου. Έχει καθαρά αξιωματικό χαρακτήρα και σε καμία περίπτωση δεν είναι προφανής.



Μπέρντραντ Ράσελ

Ο Ντέιβιντ Χίλμπερτ περίπου την ίδια περίοδο προσπάθησε να σώσει τα θεμέλια των Μαθηματικών. Προσπάθησε να αποδείξει τη συνέπεια οποιασδήποτε μαθηματικής θεωρίας στηριζόμενος σε εργαλεία που δεν θα χρησιμοποιούσαν τίποτα άλλο πέρα από τους φυσικούς αριθμούς. Ένα νέο πλήγμα, όμως, ήρθε με τον Αυστριακό μαθηματικό και φιλόσοφο Κουρτ Γκέντελ. Απέδειξε ότι αυτή η απλή θεωρία των φυσικών αριθμών περιείχε προτάσεις το ψεύδος ή η αλήθεια των οποίων δεν μπορούσαν να αποδειχτούν στο εσωτερικό της ίδιας της θεωρίας. Οι κανόνες, δηλαδή, της ίδιας της θεωρίας δεν μπορούσαν να καθορίσουν σε ορισμένες περιπτώσεις αν κάτι είναι αληθές ή ψευδές. Η θεωρία των φυσικών αριθμών ήταν μη-πλήρης. Ο Γκέντελ κατάφερε να δείξει ότι εντός της θεωρίας δεν παράγονταν προφανείς αλήθειες μέσω προφανών βημάτων.

As φανταστούμε, τώρα, ότι ζητάμε από έναν μαθητή να μας γράψει μια σειρά αριθμών ξεκινώντας από το 0 έως το 1.000 και αθροίζοντας κάθε φορά δύο. Ο μαθητής ξεκινάει: 2, 4, 6, 8 κ.ο.κ. Κάποια στιγμή φτάνει στο 1.000. Εμείς, τότε, του λέμε να συνεχίσει. Ο μαθητής αρχίζει και γράφει: 1.004, 1.008, 1.012 κ.ο.κ. Έκπληκτοι, αναρωτιόμαστε για ποιο λόγο το έκανε αυτό. Ο μαθητής απαντάει ότι έτσι νόμιζε ότι πρέπει να συνεχίσει. Στην ερώτησή μας, μάλιστα, πώς θα συνεχίσει μετά το 3.000, απαντάει ως εξής: 3.006, 3.012, 3.018 κ.ο.κ. Είναι σαφές ότι ο μαθητής εξέλαβε με διαφορετικό τρόπο την οδηγία μας. Προφανώς, μπορούμε εύκολα να εκπαιδεύσουμε τον μαθητή να ακολουθήσει τον κανόνα της συγκεκριμένης αριθμητικής ακολουθίας και να το κάνει «σωστά». Η διαδικασία της εκπαίδευσης, ωστόσο, είναι



*No doubt about it, Ellington — we've mathematically expressed the purpose of the universe. Gad, how I love the thrill of scientific discovery!*

**«Δεν υπάρχει αμφιβολία Έρλιγκτον — εκφράσαμε μαθηματικά τον σκοπό του σύμπαντος. Θεέ μου, πώς αγαπώ τη συγκίνηση της επιστημονικής ανακάλυψης!»**

έως έναν βαθμό καταναγκαστική. Ο μαθητής καλείται να μάθει τον έναν και ορθό τρόπο που του υποδεικνύουμε. Τίποτα, από την άλλη, δεν αποκλείει να ερμηνευτεί αυτός ο κανόνας ξανά με διαφορετικό τρόπο στο μέλλον. Αυτό μας δείχνει ότι οι κανόνες χρήζουν πάντα ερμηνείας. Το παραπάνω πρόβλημα το διατύπωσε ο φιλόσοφος Λούντβιχ Βίτγκενσταϊν. Η τήρηση των κανόνων, για τον Αυστριακό φιλόσοφο, δείχνει ότι κανένας κανόνας δεν μπορεί να διατυπωθεί με τρόπο που να καθορίζει τις ερμηνείες του. Οι ερμηνείες καθορίζονται από όσους προσλαμβάνουν τους κανόνες και αυτός είναι ο λόγος που οι ερμηνείες είναι δυνητικά άπειρες.

Πώς συμφωνούν, τελικά, οι άνθρωποι ως προς τους κανόνες; Μία απάντηση είναι ότι οι άνθρωποι συμφωνούν μέσα από κοινωνικές διαδικασίες. Συναινούν σε ένα συγκεκριμένο νόμημα του κανόνα. Μία άλλη απάντηση θα ήταν ότι δεν έχει σημασία τι εννοούμε με τους κανόνες, αλλά πώς τους εφαρμόζουμε. Αυτό σημαίνει ότι η εφαρμογή ενός κανόνα έχει πάντα ένα συγκεκριμένο και αντικειμενικό αποτέλεσμα. Ωστόσο, και στις δύο περιπτώσεις ο τρόπος με τον οποίο δια-

τυπώνουμε τους κανόνες δεν καθορίζει πώς θα εφαρμοστούν. Ο Ούγγρος φιλόσοφος των μαθηματικών Ιμρε Λάκατος το 1961 υποστήριξε ότι τα Μαθηματικά είναι μια κοινωνική διαλεκτική κατασκευή. Αν, επομένως, στα Μαθηματικά υπάρχουν τέτοιοι είδους δυσκολίες ως προς τη σημασία των κανόνων, τότε σίγουρα σε ποιο σύνθετα και πολυπαραγοντικά περιβάλλοντα ο βαθμός δυσκολίας αυξάνεται επικίνδυνα. Υπό αυτή την έννοια, τα Μαθηματικά βρίσκονται πιο κοντά στη Φυσική και λιγότερο στη Λογική. Οι μαθηματικές αλήθειες δεν προκύπτουν από προφανή αξιώματα, αλλά από υποθέσεις. Πρόκειται για υποθέσεις όμοιες με εκείνες που γίνονται στη Φυσική και κρίνονται από το κατά πόσο εύλογες είναι οι συνέπειές τους. Με άλλα λόγια, η αλήθεια δεν είναι ποτέ προφανής, ούτε καν στα Μαθηματικά.

Στο επόμενο και τελευταίο άρθρο του αφιερώματος θα ασχοληθούμε με τη σχέση Μαθηματικών και κοινωνίας. Θα δούμε πώς τα Μαθηματικά διαμορφώθηκαν με διαφορετικούς όρους σε διαφορετικούς τόπους και διαφορετικές εποχές.

Δ.Π.